Introduzione alla trigonometria

a cura di M. Cafarella

a.s. 2019/2020

Polo Bianciardi di Grosseto

SOMMARIO

Introduzione. La trigonometria nella realtà pag. 1
La circonferenza goniometrica pag. 2
La circonferenza goniometrica, seno e coseno pag. 3
Funzione sinusoidale e funzione cosinusoidale pag. 4
La tangente pag. 5
Formulario pag. 6

La trigonometria nella realtà

LA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

LA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA=circonferenza nel piano cartesiano che ha

→ raggio=1

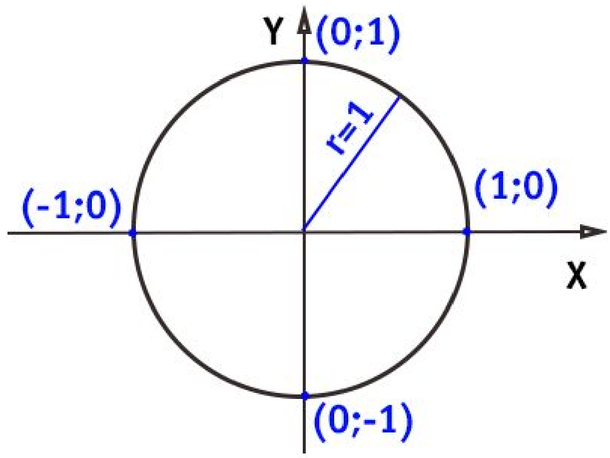
→Centro origine O(0;0)

→EQUAZIONE: $x^2 + y^2 = 1$

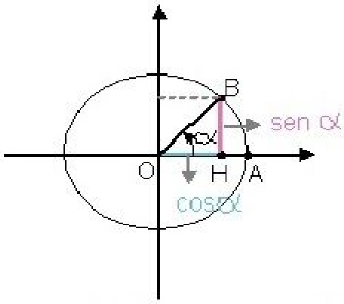
per misurare gli angoli si usano di solito i gradi, in questo caso si usano i radianti . E' possibile convertire (passare) da gradi a radianti, da radianti a gradi

CONVERSIONE GRADI-RADIANTI	$\alpha° * \dfrac{\pi}{180°}$	
CONVERSIONE RADIANTI-GRADI	$\alpha rad * \dfrac{180°}{\pi}$	

$\alpha°$ **indica i gradi,** π **numero fisso pari a 3,14 . 180 ° =** π **rad (radianti)**



La circonferenza goniometrica, seno e coseno



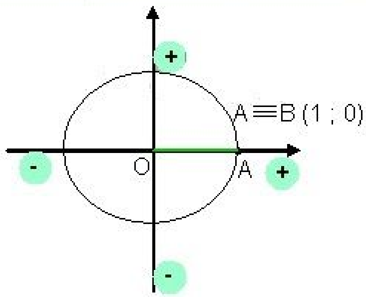
$$\textbf{sen } \alpha = \frac{HB}{OB} = \frac{HB}{1} = \overline{HB}$$

$$\textbf{cos } \alpha = \frac{\overline{OH}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OH}}{1} = \overline{OH}$$

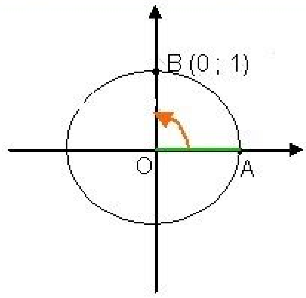
Quindi il **seno** dell'angolo α corrisponde all'ordinata del punto B **(asse y)**
e il **coseno** dell'angolo α corrisponde all'ascissa del punto B **(asse x)**.
Le coordinate del punto B sono dunque B (**cos α** ; **sen α**).

Alcuni valori di seno e coseno

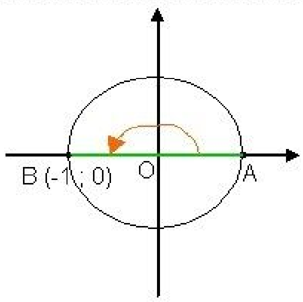
$0 \quad ; \quad \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \pi \quad ; \quad \frac{3}{2}\pi$



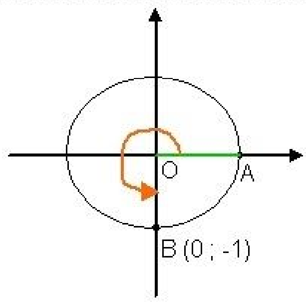
sen α = 0
cos α = 1



sen α = 1
cos α = 0



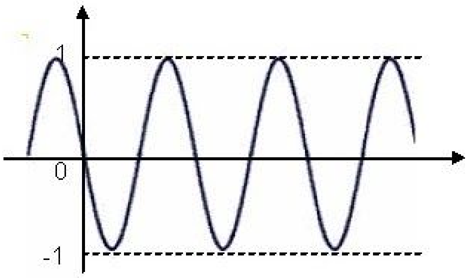
sen α = 0
cos α = -1



sen α = -1
cos α = 0

FUNZIONE SINUSOIDALE curva di seno

Inizia dall'origine



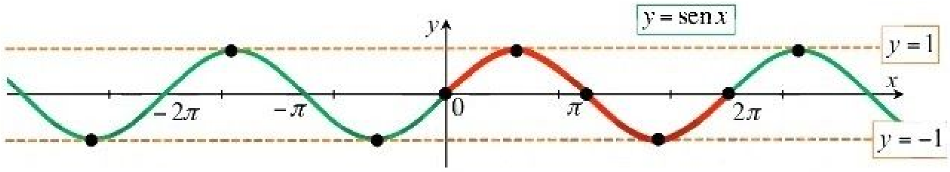
Può andare da 1 a –1
Altri valori non sono possibili

Dominio: R
Codominio (-1;1)

i valori su asse x sono espressi in radianti

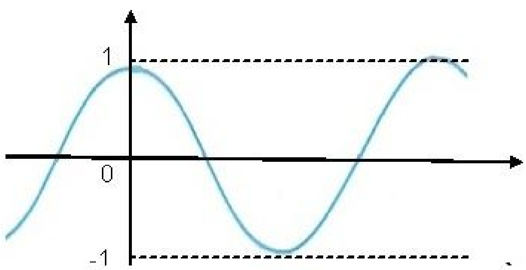
è una funzione periodica, i valori in y si ripetono ogni 2π

è una funzione dispari



FUNZIONE COSINUSOIDE, curva del coseno

NON Inizia dall'origine



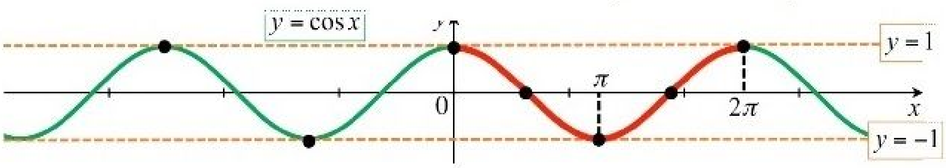
Può andare da 1 a –1
Altri valori non sono possibili

Dominio: R
Codominio (-1;1)

i valori su asse x sono espressi in radianti

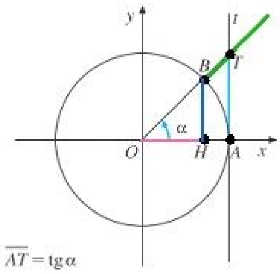
è una funzione periodica, i valori in y si ripetono ogni 2π

E' una funzione pari, è simmetrica rispetto all'asse y



LA TANGENTE

La tangente è la retta che tocca la circonferenza goniometrica



Il **RAGGIO** della circonferenza goniometrica è
è sempre **= 1**

Quindi:

OA = 1
OH = cosα
BH = senα

Si è formato il triangolo rettangolo OHB, per il quale vale la formula del teorema di PITAGORA per trovare l'ipotenusa

$BH^2 + OH^2 = OB^2$ cioé

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ **Legge fondamentale della trigonometria**

1 perchè il raggio misura sempre 1

LA FUNZIONE TANGENTE è derivata di cosinusoide e sinusoide

La tangente è il rapporto tra il seno e il coseno di un angolo α

$$\boxed{\text{Tang}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}}$$ **Legge fondamentale della trigonometria**

Il grafico è detto tangentoide

Ha origine in 0

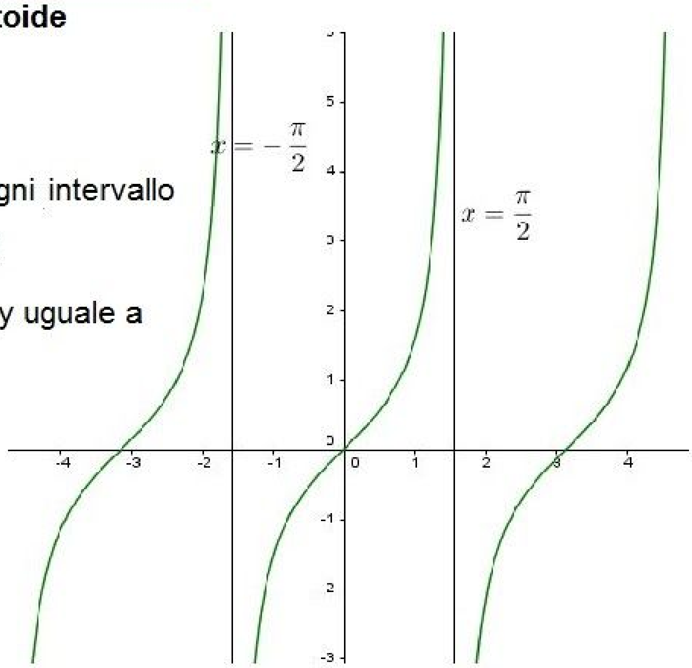
è una funzione crescente

è una funzione periodica, ogni intervallo

di π assume gli stessi valori

nei punti $\frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2}$ ha valore y uguale a infinito

Dominio=R-$\{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$
Codominio=R



Formulario di trigonometria

CONVERSIONE GRADI-RADIANTI	$\alpha° * \frac{\pi}{180°}$	
CONVERSIONE RADIANTI-GRADI	$\alpha rad * \frac{180°}{\pi}$	
GRAFICO SENO DI α	**SINUSOIDE** $y = \operatorname{sen} x$	Dominio=R Codominio=[-1;1]
GRAFICO COSENO DI α	**COSINUSOIDE** $y = \cos x$	Dominio=R Codominio=[-1;1]
GRAFICO TANGENTE DI α	**TANGENTOIDE** $y = \operatorname{tg} x$	Dominio=R-$\{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$ Codominio=R
1°RELAZIONE FONDAMENTALE DELLA GONIOMETRIA	$\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha = 1$	
2°RELAZIONE FONDAMENTALE DELLA GONIOMETRIA	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$	

Alcune immagini sono state tratte dal web per mero uso didattico.